

ALGEBRA II

Kesätentti 15.6.2009

1. Ratkaise Cardanon kaavan avulla yhtälö $x^3 - 15x - 126 = 0$.
(Huomaan että $124^2 = 15376$.)
2. Tee luettelo ryhmän S_4 konjugointiluokista ja määrää niiden avulla ryhmän S_4 ei-triviaalit normaalit aliryhmät.
3. Konstruoi jokin astetta kolme oleva jaoton polynomi, joka kuuluu renkaaseen $\mathbb{Z}_2[x]$. Laajenna sitten kunta \mathbb{Z}_2 kahdeksan alkion kunnaksi ko. polynomin avulla.
4. Olkoon G äärellinen ryhmä, p alkuluku ja $p \mid |G|$. Osoita, että ryhmässä G on sellainen alkio a , että $|a| = p$.
5. Todista: Jos p on alkuluku ja $n \geq 1$, niin on olemassa sellainen kunta, jonka kertaluku on p^n .