

ALGEBRA II

Loppukoe 1.11.2010

1. Osoita, että $p(x) = [1]x^3 + [1]x^2 + [1] \in \mathbb{Z}_2[x]$ on jaoton. Merkitse $\alpha = x + (p(x))$ ja konstruoi laajennus $E = \mathbb{Z}_2[x]/(p(x))$. Totea, että α on primitiivinen alkio kunnassa E . (6p)

2. a) Tee taulukko, josta käy ilmi symmetrisen ryhmän S_5 alkioden erilaiset sykklirakenteet sekä kutakin sykklirakennetta vastaavien alkioden lukumäärä. (4p)
b) Esitä 5-sykli $\beta = (13524)$ 3-syklien tulona. (2p)

3. Ratkaise Cardanon kaavan avulla $x^3 - 9x + 28 = 0$. (6p)

4. Todista: Jos p on alkuluku ja $n \geq 1$, niin on olemassa kunta, jonka kertaluku $= p^n$. (6p)

5. Olkoon $G \leq S_n$, missä $n \geq 3$. Oletetaan, että G sisältää ainakin yhden parittoman permutaation. Osoita, että G :llä on sellainen normaali aliryhmä N , että $|G/N| = 2$. (6p)