

## ALGEBRA II

Loppukoe 9.5.2011

1. Ratkaise Cardanon kaavan avulla yhtälö

$$x^3 - 9x + 28 = 0.$$

2. a) Tee luettelo symmetrisen ryhmän  $S_4$  konjugointiluokista ja merkitse näkyviin kunkin konjugointiluokan alkioden lukumäärä.  
b) Määrää a)-kohdan avulla ryhmän  $S_4$  ei-triviaalit normaalit aliryhmät.
3. Osoita, että  $p(x) = [1]x^3 + [1]x^2 + [1] \in \mathbb{Z}_2[x]$  on jaoton. Merkitse  $\alpha = x + (p(x))$  ja konstruoi laajennus  $E = \mathbb{Z}_2[x]/(p(x))$ . Onko  $\alpha$  primitiivinen alkio kunnassa  $E$ ?
4. Todista: Jos  $\alpha \in S_n$ , niin  $\alpha$  voidaan esittää erillisten syklien tulona.
5. Olkoon  $K$  kunta ja  $|K| = 2^{35}$ . Olkoot lisäksi  $a$  ja  $b$  sellaisia kunnan  $K$  alkioita, että  $a^2 + ab + b^2 = 0$ . Osoita, että  $a = b = 0$ .