Analyysi 2
Loppukoe 4.10.2010

1. Laske määritelmää käyttäen kuvauksen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y, z) = x^2 + z \text{ kaikilla } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

suunnattu derivaatta vektorin $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$ suuntaan pisteessä $(a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}^3$.

2. Osoita määritelmää käyttäen, että kuvaus $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 \text{ kaikilla } (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

on differentioituva.

3. Oletetaan, että kuvaus $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ on derivoituva pisteessä $x_0 \in \mathbb{R}^n$. Osoita, että f on jatkuva pisteessä x_0.

4. Laske fuktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \sin(x^2 + y^2) \text{ kaikilla } (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

Taylorin polynomi origossa.

5. Laske joukon

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

pinta-ala.