Analyysi 2
2. välikoe 13.12.2010

Koeaika on kolme tuntia.

1. (a) Laske kuvauksen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \sin(x^2 + y^2) \text{ kaikilla } (x,y) \in \mathbb{R}^2,$$

2. asteen Taylorin polynomi origossa.
(b) Laske kuvauksen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$f(x,y,z) = (y, -x, y) \text{ kaikilla } (x,y,z) \in \mathbb{R}^3,$$

integraali pitkin polkua $\alpha : [0,1] \to \mathbb{R}^3$,

$$\alpha(t) = (t, t^2, t^3) \text{ kaikilla } t \in [0,1].$$

2. Määritä funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = (4 - x^2 - y^2)e^{x+y} \text{ kaikilla } (x,y) \in \mathbb{R}^2,$$

kriittiset pisteet ja niiden laatu.

3. (a) Laske

$$\iint_{[1,2]\times[-1,1]} y^3 e^{\sin^2 x - \cos x}\, dx\, dy.$$

(b) Laske joukon

$$S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \le x \le 1 \text{ ja } |y| \le |x|\}$$

pinta-ala.

4. Olkoon $a \in \mathbb{R}^m$. Oletetaan, että $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ on sellainen kuvaus, että $|f(x) - f(a)| \le 2|x - a|^2$ kaikilla $x \in \mathbb{R}^n$. Laske $f'(a)$.