

Analyysi 2
Loppukoe 8.8.2011

1. Tarkastellaan kuvausta $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} \text{ kaikilla } (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}.$$

Osoita määritelmää käyttäen, että $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$.

2. Oletetaan, että kuvaus $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ on derivoituva pisteessä $x_0 \in \mathbb{R}^n$. Osoita, että f on osittaisderivoituva jokaisen muuttujansa suhteen pisteessä x_0 .

3. Määritä kuvauksen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x_1, x_2) = (4 - x_1^2 - x_2^2)e^{x_1 + x_2} \text{ kaikilla } (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2,$$

kriittiset pisteet ja niiden laatu.

4. Tarkastellaan kuvausta $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$,

$$f(x, y) = (x \sin x, y \sin x) \text{ kaikilla } (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

(a) Perustele, että f on derivoituva.

(b) Laske f :n derivaatta pisteessä $(0, 1)$.

(c) Laske $(f'(0, 1))(0, 0)$.

5. Laske

$$\iint_R f(x, y) dx dy,$$

kun $R = [0, 10] \times [0, 10]$ ja $f(x, y) = \max\{x + y, 10\}$ kaikilla $(x, y) \in R$.