Analyysi 2
Loppukoe 3.10.2011

1. Määritä joukon $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$ kasautumis- ja reunapisteet.

2. Onko kuvaus $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4}, & \text{kun } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{kun } (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

jatkuva pisteessä $(0,0)$?

3. Määritä derivaatan määritelmää käyttäen kuvauksen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y,z) = 2x + z^2 \text{ kaikilla } (x,y,z) \in \mathbb{R}^3,$$

derivaatta pisteessä $a = (a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}^3$.

4. Oletetaan, että kuvaukset $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ ja $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ ovat derivoituvia pisteessä $a \in \mathbb{R}^n$. Osoita, että summakuvaus $f + g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ on derivoituva pisteessä $a \in \mathbb{R}^n$ ja $(f+g)'(a) = f'(a) + g'(a)$.

5. Laske

$$\iint_R f(x,y)\, dx\, dy,$$

kun $R = [0,10] \times [0,10]$ ja $f(x,y) = \max\{x+y, 10\}$ kaikilla $(x,y) \in R$.