

Analyysi 2
Loppukoe 11.4.2011

1. Määritä joukon $A = \{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{R}$ reuna ∂A .

2. Oletetaan, että kuvauksilla $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ ja $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ on raja-arvot pisteessä $a \in \mathbb{R}^n$. Osoita, että

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x).$$

3. Määritä määritelmää käyttäen kuvauksen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x_1, x_2) = x_1 x_2 \text{ kaikilla } (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2,$$

suunnattu derivaatta vektorin $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ suuntaan pisteessä (x_1, x_2) .

4. Onko kuvaus $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$,

$$g(x, y) = (x \sin x, y \sin x) \text{ kaikilla } (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

differentioituva? Jos on, laske sen derivaatta pisteessä $(0, 1)$.

5. Laske

$$\iint_A f(x, y) dx dy,$$

kun $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| \leq 1\}$ ja $f(x, y) = e^{x+y}$.