

## DISKREETTI MATEMATIIKKA

Välikoe 1, 7.3.2007

1. a) Olkoot  $A$ ,  $B$  ja  $C$  joukkoja. Osoita, että  $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$  jos ja vain jos  $C \subseteq A$ .

b) Määrää  $R \circ S$ , kun  $R$  ja  $S$  ovat seuraavat relaatiot:

$$R = \{(1, a), (1, b), (2, a), (3, b)\} \subseteq \{1, 2, 3\} \times \{a, b\},$$
$$S = \{(a, 1), (a, 3), (b, 3)\} \subseteq \{a, b\} \times \{1, 2, 3\}.$$

2. a) Olkoon  $R$  joukon  $X$  relaatio. Osoita, että  $(R^n)^{-1} = (R^{-1})^n$  aina, kun  $n \in \mathbb{Z}_+$ .

b) Osoita, että jos joukosta  $\{1, 2, \dots, 25\}$  valitaan 14 eri lukua, niin niistä löytyy kaksi, joiden summa on 26.

3. Seurueella on neljänlaista olutta: Koffia, Lapin kultaa, Karhua ja Olvia, kutakin vähintään 12 pullollista. Kuinka monella tavalla he voivat valita näistä juotavaksi

a) kymmenen pulloa ilman rajoituksia;

b) kaksitoista pulloa niin, että Koffia tulee ainakin yksi, Lapin kultaa parillinen määrä ja Olvia korkeintaan viisi pulloa?

4. Olkoon  $S = \{1, 2, 3, 4\}$  ja  $R = \{(1, 1), (1, 3), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\} \subseteq S \times S$ . Joukkoon  $R$  lisätään umpimähkään viisi uutta joukon  $S \times S$  paria. Millä todennäköisyydellä uusi  $R$

a) on joukon  $S$  relaatio;

b) on joukon  $S$  refleksiivinen relaatio;

c) sisältää osajoukkonaan transitiivisen sulkeuman  $t(R)$ , kun tiedetään, että ainakin yksi vaadittu pari tuli mukaan?