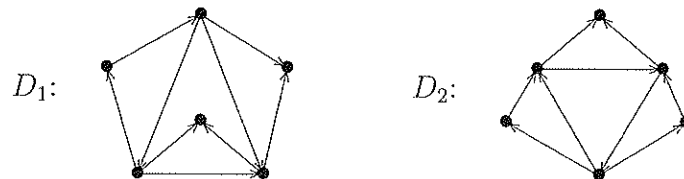


DISKREETTI MATEMATIIKKA

Loppukoe 23.4.2007

- Kuinka moni kokonaisluvusta $1, 2, \dots, 500$ on jaollinen jollakin luvuista 2, 3 ja 5?
 - Pertti haluaa lepyttää vaimoaan kukkakimpulla. Kaupassa on jäljellä enää 7 ruusua ja 6 tulppaania. Pertille jäi edellisillan juhlinnasta vain muutama kolikko ja hän päättää ostaa joko 4 ruusun tai 3 tulppaanin kimpun. Kuinka monella tavalla hän voi valita kukat kimppuun?
- Konstruoi kielioppi, joka generoi kielen $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\} \subseteq \{a, b\}^*$, ja deterministinen automaatti, joka hyväksyy kielen $K = \{x \in (a+b)^* \mid \text{kirjainten } b \text{ määrä } x\text{:ssä on parillinen}\}$.
- Ovatko allaolevat suunnatut verkot D_1 ja D_2 isomorfiset? Onko verkossa D_1 Hamiltonin polkua? Perustele vastauksesi.



- Laatikossa on punaisia, sinisiä ja keltaisia palloja, suuri määrä jokaista väriä.
 - Palloista valitaan 5 punaista ja 4 keltaista. Kuinka moneen eri järjestykseen nämä voidaan asettaa?
 - Palloista valitaan 5 niin, että mukaan tulee parillinen määrä punaisia ja pariton määrä sinisiä. Keltaisten määrälle ei aseteta rajoituksia ja valintajärjestyksellä on merkitystä. Määrää generoivien funktioiden avulla, kuinka monella eri tavalla valinta voidaan tehdä.
- Olkoon R joukon X relaatio. Osoita seuraavat ehdot yhtäpitäviksi.
 - R on ekvivalenssi.
 - $R^n \subseteq R$ aina, kun $n \in \mathbb{Z}$ (huom: myös ei-positiiviset luvut).
 - R on refleksiivinen ja seuraava ehto, ns. *euklidisuus*, pätee: jos $x R y$ ja $x R z$, niin $y R z$.