

## DISKREETTI MATEMATIIKKA

Välikoe 1, syksy 2005

EI LASKIMIA!  
EI MATKAPUHELIMIA!

1. a) Olkoot  $R \subseteq X \times Y$  ja  $S \subseteq Y \times Z$  relaatioita. Määrittele yhdistetty relaatio  $S \circ R$ . Määrää  $S \circ R$ , kun

$$R = \{(1, c), (2, a), (2, b), (3, a)\} \subseteq \{1, 2, 3\} \times \{a, b, c, d\} \quad \text{ja}$$
$$S = \{(a, y), (c, x), (c, y), (d, z)\} \subseteq \{a, b, c, d\} \times \{x, y, z\}.$$

- b) Määrittele vertailullinen relaatio ja osoita, että joukon  $X$  relaatio  $R$  on vertailullinen jos ja vain jos  $R \cup R^{-1} = X \times X$ .
2. a) Osoita, että joukon  $\mathbb{R}$  relaatio  $\sim$ , jolle

$$x \sim y \iff x - y \in \mathbb{Z},$$

on ekvivalenssi.

- b) Kuinka monella tavalla kolme A:tä, kolme B:tä ja kolme C:tä voidaan asettaa jonoon niin, että kolme samaa kirjainta ei esiinny peräkkäin?
3. Arvotaan 4 naisesta ja 5 miehestä 4 voittajaa. Millä todennäköisyydellä korkeintaan 2 naista voittaa? Mikä tämän todennäköisyys on, kun tiedetään, että ainakin yksi nainen voittaa?
4. Olkoon  $S \subseteq \mathbb{Z}_+$ ,  $|S| = 6$  ja  $a \leq 14$  aina, kun  $a \in S$ . Osoita, että joukolla  $S$  on kaksi eri epätyhjää osajoukkoa, joiden alkuiden summa on sama.