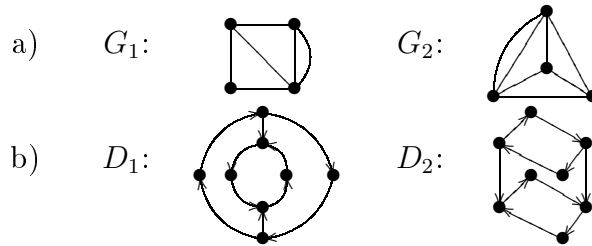


# DISKREETTI MATEMATIIKKA

Välikoe 2, syksy 2005

EI LASKIMIA!  
EI MATKAPUHELIMIA!

1. Ovatko verkot



isomorfiset? Perustele vastauksesi!

2. Muodosta kielen

$$L = \{x \in (a + b)^* \mid \text{kirjainten } b \text{ määrä } x\text{:ssä on parillinen}\}$$

määräävä säännöllinen lauseke sekä sellainen deterministinen automaatti  $\mathcal{A}$  ja kielioppi  $\mathcal{G}$ , että  $L = L(\mathcal{A})$  ja  $L = L(\mathcal{G})$ .

3. Olkoot  $f_i, g_i: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  funktioita,  $i = 1, 2$ . Määrittele, mitä merkinnällä  $f_1 \in \mathcal{O}(g_1)$  tarkoitetaan. Olkoon  $f_i \in \mathcal{O}(g_i)$ ,  $i = 1, 2$ , ja  $n_0 \in \mathbb{N}$  sellainen vakio, että  $g_1(n) \geq g_2(n) \geq 0$  aina, kun  $n \geq n_0$ . Osoita, että  $f_1 + f_2 \in \mathcal{O}(g_1)$ .
4. Määrittele suuntaamattoman verkon  $G = (V, E, \alpha)$  Hamiltonin sykli. Olkoon solmujoukolla ositus  $V = V_1 \cup V_2$ . Oletetaan, että jos  $\alpha(e) = \{x, y\}$ , niin joko  $x \in V_1$  ja  $y \in V_2$  tai  $x \in V_2$  ja  $y \in V_1$ . Osoita, että jos  $|V|$  on pariton, niin verkossa  $G$  ei ole Hamiltonin sykliä.