

Euklidinen topologia
Loppukoe 18.6.2012

1. Määritä joukon

$$A = \left\{ \frac{n+1}{n+2} \mid n = 1, 2, \dots \right\}$$

supremum ja infimum. Perustele vastauksesi.

2. Osoita, että avoin pallo on avoin joukko.

3. Osoita määritelmää käyttäen, että kuvaus $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$f(x, y, z) = (x + y, 2y)$$

on jatkuva.

4. Voidaanko kuvaus $h : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$h(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} \text{ kaikilla } (x, y) \neq (0, 0),$$

määritellä origossa niin, että se olisi jatkuva origossa?

5. Osoita, että joukko $F \subset \mathbb{R}^n$ on suljettu, jos ja vain jos $F = \overline{F}$.