

## Euklidinen topologia

Tentti 3.10.2011

Koeaika on neljä tuntia.

1. Määritä tarkasti perustellen  $\sup A$  ja  $\inf A$ , kun

$$A = \left\{1 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}\right\}.$$

2. Määritä tarkasti perustellen joukon

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x^2\}$$

sulkeuma. Piirrä kuva.

3. a) Määrittele joukon reuna.

b) Laske määritelmää käyttäen avaruuden  $\mathbb{R}^3$  jonon  $x_n = \left(1 - \frac{1}{n}, \frac{2n-1}{n}, \frac{\cos n}{n}\right)$ ,  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ , raja-arvo.

4. Onko  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\|(x, y)\|}, & \text{jos } x \neq 0 \text{ ja } y \neq 0, \\ 1, & \text{jos } x = 0 \text{ tai } y = 0, \end{cases}$$

jatkuva?

5. Olkoot  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$  kuvaus,  $A \subset \mathbb{R}^n$  suljettu ja  $a \in A$ . Jos kuvaus  $f : A \rightarrow \mathbb{R}^k$  on jatkuva pisteessä  $a$ , niin onko kuvaus  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$  jatkuva pisteessä  $a$ ?