

**Johdatus matemaattiseen päättelyyn**  
**Loppukoe 29.11.2010**

1. (a) Muodosta antiteesi seuraavalle väitteelle: on olemassa sellainen  $n \in \mathbb{N}$ , että  $\sqrt{n}$  on irrationaaliluku.  
(b) Oletetaan, että  $m$  ja  $n$  ovat parittomia luonnollisia lukuja. Osoita, että  $m + n$  on parillinen luonnollinen luku.

2. Ovatko seuraavat väitteet tosia? Perustele vastauksesi.

(a) Jos  $A = \{a, b, c\}$  ja  $B = \{c, d\}$ , niin  $A \setminus B \neq \emptyset$ .

(b) Jos  $A \subset C$  ja  $B \subset D$ , niin  $A \cap B \subset C \cap D$ .

(c) Olkoot  $A = \{a, b, c\}$  ja  $B = \{0, 1, 2\}$ . Määritellään  $f : A \rightarrow B$  seuraavasti:

$$f(a) = 1, f(b) = 0 \text{ ja } f(c) = 1.$$

Tällöin  $a \in f^{-1}(\{1\})$ .

3. Tarkastellaan kuvausta  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = x^2$ .

(a) Onko kuvaus  $f$  injektio? Perustele vastauksesi.

(b) Onko kuvaus  $f$  surjektio? Perustele vastauksesi.

4. Todista induktioperiaatetta käyttäen, että  $3^n > n^2$  kaikilla  $n = 1, 2, \dots$