

Johdatus matemaattiseen päättelyyn
Loppukoe 21.2.2011

1. Todista induktioperiaatetta käyttäen, että

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ kaikilla } n = 1, 2, \dots$$

2. Oletetaan, että m ja n ovat luonnollisia lukuja ja mn on parillinen. Osoita, että m tai n on parillinen.

3. Tarkastellaan kuvausta $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = |x|$.

(a) Onko kuvaus f injektio? Perustele vastauksesi.

(b) Onko kuvaus f surjektio? Perustele vastauksesi.

4. Olkoon $f : X \rightarrow Y$ kuvaus. Oletetaan, että $A \subset Y$ ja $B \subset Y$. Osoita, että $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$.