

Johdatus matemaattiseen päättelyyn
Loppukoe 28.11.2011

1. Tarkastellaan väitelausetta: jos $m + n$ on parillinen kokonaisluku, niin joko molemmat luvut m ja n ovat parillisia kokonaislukuja tai molemmat luvut m ja n ovat parittomia kokonaislukuja.

- (a) Mikä on oletus ja mikä on väite?
- (b) Muodosta väitteen antiteesi.
- (c) Todista väite.

2. Ovatko seuraavat väitteet tosia? Perustele vastauksesi.

- (a) Jos xy on irrationaaliluku, niin x ja y ovat irrationaalilukuja.
- (b) Olkoot $A = \{a, b, c\}$ ja $B = \{0, 1, 2\}$. Määritellään $f : A \rightarrow B$ seuraavasti:

$$f(a) = 1, f(b) = 0 \text{ ja } f(c) = 1.$$

Tällöin $f^{-1}(\{1\}) = \{a\}$.

- (c) On olemassa sellaiset kokonaisluvut m ja n , että $3m + 5n = 1$.

3. (a) Onko kuvaus $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (x, x + 1)$, injektio? Perustele vastauksesi.

(b) Onko kuvaus $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x + y$, surjektio? Perustele vastauksesi.

4. Todista, että $2^n > n^2$ kaikilla luonnollisilla luvuilla $n \geq 5$.

5. Olkoon m kokonaisluku. Osoita, että $7m - 4$ on pariton kokonaisluku, jos ja vain jos $5m + 3$ on parillinen kokonaisluku.