

802151P Johdatus matemaattiseen päättelyyn (5 op)
Loppukoe 29.10.2012

1. Osoita, että kaikilla $n = 1, 2, \dots$ pätee

$$1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = 2n^2 - n.$$

(6 p)

2. Tarkastellaan väitelausetta: jos $m \in \mathbb{N}$ ja $n \in \mathbb{N}$ ovat sellaisia, että $m + n$ on parillinen, niin molemmat m ja n ovat parillisia tai molemmat luvut m ja n ovat parittomia.

- (a) Mikä on väitelauseen oletus ja väite? (1 p)
(b) Muodosta väitteen antiteesi. (2 p)
(c) Todista väite. (3 p)

3. Ovatko seuraavat väitteet tosia? Muista perustella vastauksesi

- (a) Jos x on nollasta eroava rationaaliluku ja y on irrationaaliluku, niin xy on irrationaaliluku. (2 p)
(b) On olemassa sellainen $m \in \mathbb{N}$, että $m < k$ kaikilla $k \in \mathbb{N}$. (2 p)
(c) Olkoon $X = \{a, b, c, d\}$ ja $Y = \{1, 2, 3\}$. Määritellään kuvaus $f: X \rightarrow Y$ siten, että

$$f(a) = 1, f(b) = 2, f(c) = 1, f(d) = 3.$$

$$\text{Tällöin } f^{-1}(\{1\}) = \{a, c\}. \quad (2 \text{ p})$$

4. (a) Onko funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -4x + 3$ bijektio? Määrää käänteisfunktio f^{-1} mikäli mahdollista. (3 p)
(b) Onko funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x) = (x, x + 1)$ injektio? Perustele vastauksesi!

(3 p)

HUOM. Arvostelu hyväksytty/hylätty. Muista perustella vastauksesi!