

1. a) Määää luvun $1/13$ desimaaliesitys.

b) Määää luvun

$$\frac{1}{2^a 5^c \cdot 13}, \quad a, c \in \mathbb{N}$$

desimaaliesityksen alkutermiä ja jakson pituudet.

2. a) Määää jaksollisen ketjumurron $[2, 4]$ arvo.

b) Määää luvun 2.718 yksinkertainen ketjumurtokehiteelmä.

3. Olkoon $d \in \mathbb{Z}^+$. Määää luvun

$$\frac{1 + \sqrt{4d^2 + 1}}{2}$$

yksinkertainen ketjumurtokehiteelmä.

4. a) Olkoot

$$\tau_k = \mathbb{K}_{n=k}^{\infty} \left(\frac{a_n}{b_n} \right), \quad a_k, b_k \in \mathbb{Z}$$

ja

$$0 < |\tau_k| < 1 \quad \forall k \in \mathbb{Z}^+.$$

Todista, että

$$\mathbb{K}_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) \notin \mathbb{Q}.$$

b) Käyttäen tulosta

$$\frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} = \frac{z}{1} + \frac{z^2}{3} + \frac{z^2}{5} + \frac{z^2}{7} + \dots$$

näytä, että

$$\log 5 \notin \mathbb{Q}.$$