

1. a) Määrää luvun  $1/13$  desimaaliesitys.

b) Määrää luvun

$$\frac{1}{2^a 5^c \cdot 13}, \quad a, c \in \mathbb{N}$$

desimaaliesityksen alkutermien ja jakson pituudet.

2. a) Olkoon  $d \in \mathbb{Z}^+$ . Määrää luvun  $\sqrt{d^2 + 2}$  yksinkertainen ketjumurtolukuesitys.

b) Määrää luvun  $2.718$  yksinkertainen ketjumurtokehitemä.

3. Määrää jaksollisen ketjumurron

$$3 + \mathbb{K}_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-1}{3} \right) = 3 + \frac{-1}{3 + \frac{-1}{3 + \frac{-1}{3 + \dots}}}$$

arvo. Tarkat perustelut.

4. a) Olkoot

$$\tau_k = \mathbb{K}_{n=k}^{\infty} \left( \frac{a_n}{b_n} \right), \quad a_k, b_k \in \mathbb{Z}$$

ja

$$0 < |\tau_k| < 1 \quad \forall k \in \mathbb{Z}^+.$$

Todista, että

$$\mathbb{K}_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_n}{b_n} \right) \notin \mathbb{Q}.$$

b) Käyttäen tulosta

$$\frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} = \frac{z}{1 + \frac{z^2}{3 + \frac{z^2}{5 + \frac{z^2}{7 + \dots}}}}$$

näytä, että

$$\log 5 \notin \mathbb{Q}.$$