

KOMPLEKSIANALYYSI I

Loppukoe 19.9.2011 (J. Arhippainen)

EI LASKIMIA, EI MATKAPUHELIMIA

1. Ratkaise yhtälöt

a) $(2 - i)z + i\bar{z} = 1 - 2i$, b) $z^3 = -i$.

2. a) Määritellään lukujono $(z_n) \subset \mathbb{C}$ asettamalla $z_0 = 1, z_{n+1} = \frac{1}{2}z_n + i$,
 $n = 0, 1, 2, \dots$. Määrää $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n$.

b) Ratkaise yhtälö $e^{iz} = 1 + i$.

3. Osoita, että funktio $f(z) = e^{iz}, z \in \mathbb{C}$, toteuttaa Cauchy-Riemannin yhtälöt.

4. a) Laske i^i .

b) Laske $\text{Log}(1 + i)$.

5. Määrää pisteiden i ja $1 + 2i$ välisen janan $[i, 1 + 2i]$ yhtälö. Laske käyräintegraali

$$\int_{\gamma} (z + i\bar{z})dz, \text{ missä } \gamma = [i, 1 + 2i].$$