

## Kompleksianalyysi I

Loppukoe 30.1.2012 (J. Arhippainen)

EI LASKIMIA, EI MATKAPUHELIMIA

1. a) Laske  $(1 - i\sqrt{3})^{17}$ .

b) Ratkaise yhtälö  $z^3 = i$ .

2. a) Laske raja-arvo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ni + i}{2 - n(i + 1)}.$$

b) Tutki onko funktio  $f(z) = \bar{z} + i, z \in \mathbb{C}$ , bijektio  $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ .  
Määrää (mikäli mahdollista)  $f^{-1} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ .

3. a) Määrää funktio  $f(z) = e^{-iz}, z \in \mathbb{C}$ , muodossa  $f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ .

b) Tutki onko funktiolla  $f(z) = \bar{z}, z \in \mathbb{C}$ , derivaatta pisteessä  $z = 0$  ja yleisesti pisteessä  $z_0 \in \mathbb{C}$ .

4. Tutki toteuttaako funktio

$$f(z) = \frac{1}{z - i}, z \in \mathbb{C} \setminus \{i\}$$

Cauchy-Riemannin yhtälöt.

5. a) Ratkaise yhtälö  $e^z = 1 + i$ .

b) Laske  $i^{(-i)}$ .