KOODAUSTEORIA

Loppukoe 22.11.2010

1. Olkoon C lineaarinen koodi kunnan $\mathbb{F}_3$ suhteen ja olkoon sen generoijamatriisi

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

   Määrää koodin C tarkistusmatriisi ja minimietäisyys. Dekoodaa vastaanotettu sana 121000.

2. Olkoon $\mathbb{F}$ äärellisen kunnan $\mathbb{K}$ alikunta. Määrittele kuntalaajennuksen $\mathbb{K}/\mathbb{F}$ jälkifunktio $\mathrm{Tr}\colon \mathbb{K} \to \mathbb{F}$.

   Osoita, että Tr on surjektio.

   Olkoon $\alpha \in \mathbb{F}_9$, jolle $\alpha^2 + 2\alpha + 2 = 0$. Määrää alkion $-(\alpha - 1)^2$ jälki kunnan $\mathbb{F}_3$ suhteen.

3. a) Osoita, että jos $[n, k]$-koodi paljastaa kaikki enintään b-pituiset ryöppyvirheet, niin $n - k \geq b$. Osoita edelleen, että jos $[n, k]$-koodi korjaa kaikki enintään b-pituiset ryöppyvirheet, niin $n - k \geq 2b$.

   b) Käytetään ristiinkietomista sisäkoodina C_1 ja ulkokoodina C_2. Olkoot koodien generoijamatriisit

$$G_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

   Molemmat koodit ovat binäärisiä. Suoritetaan lisäksi tarvittavat kietomiset kaksinkertaisina. Määrää koodin C_1 sanoista

   110001
   001011

   saatavat ristiinkiedotun koodin sanat.

4. Määrittele 2^m-pituinen r:nnen kertaluvun Reedin–Mullerin koodi $\mathcal{R}(r, m)$. Osoita, että koodin $\mathcal{R}(r, m)$ duaalikoodi on $\mathcal{R}(m - r - 1, m)$.

5. Käytetään $[7, 3, 5]$-RS-koodia ja kunnan $\mathbb{F}_8$ primitiivialkiota α, jolle $\alpha^3 + \alpha + 1 = 0$. Dekoodaa saatu sana

$$\mathbf{u} = (\alpha, 1, 0, 0, *, \alpha, 1),$$

   missä $*$ tarkoittaa pyyhkiytymää.