

KOODAUSTEORIA

Kesätentti 20.6.2011

1. Olkoon C binäärinen lineaarinen koodi, jonka generoijamatriisi on

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Kuinka monta virhettä C pystyy korjaamaan? Muodosta syndromiluettelo koodille C .

2. Määrittele binäärinen Hammingin koodi. Osoita, että se on täydellinen.
3. Määrittele syklinen koodi.

Olkoon \mathbb{F}_q äärellinen kunta ja $n \in \mathbb{Z}_+$ ehdon $\text{synt}(n, q) = 1$ toteuttava kokonaisluku. Osoita, että renkaan $R_n = \mathbb{F}_q[x]/\langle x^n - 1 \rangle$ ideaali I on syklinen koodi.

Osoita edelleen, että jos $g(x) \mid (x^n - 1)$ renkaassa $\mathbb{F}_q[x]$ ja $\deg g = n - k$, niin koodin $\langle g(x) \rangle$ pituus on n ja dimensio k .

4. Määrittele Goppa-koodi $\Gamma(L, G)$. Olkoon $\alpha \in \mathbb{F}_8$, $\alpha^3 + \alpha + 1 = 0$, ja tarkastellaan binääristä Goppa-koodia $\Gamma(L, G)$, missä

$$G(x) = x^2 + \alpha^5 x + 1 \quad \text{ja} \quad L = \{0, 1, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4, \alpha^5\}.$$

Määrää sellainen \mathbb{F}_8 -kertoiminen matriisi \widehat{H} , että $\mathbf{c}\widehat{H}^T = \mathbf{0}$ kaikilla $\mathbf{c} \in \Gamma(L, G)$.

5. Käytetään $[7, 3, 5]$ -RS-koodia ja kunnan \mathbb{F}_8 primitiivialkiota α , jolle $\alpha^3 + \alpha + 1 = 0$. Dekoodaa vastaanotettu sana

$$\mathbf{u} = (\alpha^3, \alpha, 1, 1, 1, \alpha^3, 1).$$