

KOODAUSTEORIA

Loppukoe 2.4.2012

1. Olkoon C lineaarinen koodi kunnan \mathbb{F}_3 suhteen ja olkoon sen generoijamatriisi

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Määrää koodin C tarkistusmatriisi ja minimietäisyys. Etsi sanaa 011012 lähinnä oleva koodisana.

2. Määrittele binäärinen $(2^r - 1)$ -pituisen Hammingin koodi. Osoita, että se on täydellinen yhden virheen korjaava koodi.
3. Olkoot $\mathbb{F}_q \subseteq \mathbb{F}_{q^n}$ äärellisiä kuntia. Määrittele jälkikuvaus $\text{Tr}: \mathbb{F}_{q^n} \rightarrow \mathbb{F}_q$. Osoita, että Tr on lineaarinen kuvaus kunnan \mathbb{F}_q suhteen. Tiedetään, että $x^{23} - x - 6 \in \mathbb{F}_{23}[x]$ on jaoton. Olkoon $\alpha \in \mathbb{F}_{23^{23}}$ sen nollakohta. Määrää alkion α jälki kunnan \mathbb{F}_{23} suhteen.
4. Osoita, että kunnan \mathbb{F}_q suhteen oleva n -pituisen koodi C on syklinen jos ja vain jos se on renkaan $R_n = \mathbb{F}_q[x]/\langle x^n - 1 \rangle$ ideaali. Määrää 7-pituisen binäärisen syklisen koodin $C = \langle x^5 + x^4 + 1 \rangle$ generoijapolynomi.
5. Olkoon C binäärinen 15-pituisen 2 virhettä korjaava BCH-koodi, joka on muodostettu käyttämällä kunnan \mathbb{F}_{16} primitiivistä alkioita α , jolle $\alpha^4 + \alpha + 1 = 0$. Kuinka monta peräkkäistä α :n potenssia koodin C generoijapolynomissa on nollakohtana? Etsi sanaa 1011 0100 0001 000 lähinnä oleva koodisana.