

Koulugeometrian perusteet I

Loppukoe 2.11.2009

1. a) Piste O on neljäkkään (vinoneliön) $ABCD$ ulkopuolella yhtä etäällä sen kärjistä B ja D . Osoita, että pisteet A , C ja O ovat samalla suoralla ja

$$|OA| \cdot |OC| = |BO|^2 - |AB|^2.$$

- b) Osoita, että jos kuusikulmion $ABCDEF$ (ei säännöllinen) kärjet ovat ympyrällä ja sen kulmat $\angle A$ ja $\angle D$ ovat yhtäsuuret, niin sivut \overline{BC} ja \overline{EF} ovat yhdensuuntaiset.
2. Suorakulmaisen kolmion sisään piirretyn ympyrän sivuamispiste hypotenuusalla jakaa hypotenuusan osiin, joiden pituudet ovat a ja b . Osoita, että kolmion ala on ab .
3. Osoita, että kolmion keskijanat leikkaavat samassa pisteessä.
4. Säännölliseen oktaedriin on asetettu kuutio, jonka kärjet ovat oktaedrin tahkokolmioiden keskipisteissä. Säännöllisen tetraedrin pohjasärmät ovat kuution sivutahkoneliöiden lävistäjien pituiset. Laske oktaedrin ja tetraedrin särmien pituuksien suhde.
5. Tasakylkinen kolmio, jonka kyljen pituuden suhde kannan pituuteen on 5:8, pöyrähtää pisimmän sivunsa ympäri. Laske pyörähdyskappaleen sisään asetetun pallon tilavuuden suhde kappaleen tilavuuteen.

Merkitse koepaperiin nimi, henkilötunnus, koulutusohjelma ja tenttävä opintojakso.