

Koulumatematiikan perusteet

Loppukoe 05.10.2009

EI LASKIMIA, EI MATKAPUHELIMIA

1. Laita luvut $114040_5 - 24310_5$, 15324_6 ja $\sqrt{6} \cdot 10^3$ suuruusjärjestykseen.

2. Pitävätkö seuraavat väitteet paikkaansa? (Tarkat perustelut.)

- a) Jos x on rationaaliluku ja y on irrationaaliluku, niin $x + y$ on irrationaaliluku.
- b) Jos $x \neq 0$ on rationaaliluku ja y on irrationaaliluku, niin $\frac{x}{y}$ on rationaaliluku.
- c) Jos x ja y ovat irrationaalilukuja, niin $x + y$ on irrationaaliluku.

3. a) Määrittele ekvivalenssirelaation käsite. (2p.)

b) Määritellään joukossa $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ relaatio \sim asettamalla

$$(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow ad = bc.$$

Osoita, että \sim on ekvivalenssi relaatio. (3p.)

c) Määrittele rationaaliluvut. (1p.)

4. a) Määrittele reaalilukujen yhteenlasku ja ei-negatiivisten reaalilukujen tulo.

b) Laske määritelmän perusteella lukujen 3,1 ja $0,\overline{01}$ summa ja tulo.

5. a) Määrittele käsitteet numeroituva ja ylinumeroituva. (2 p.)

b) Onko äärettömien bittijonojen eli muotoa

$$a_1 a_2 a_3 \dots,$$

missä $a_i = 0$ tai $a_i = 1$ kaikilla $i \in \mathbb{N}$, olevien jonojen joukko numeroituva? (4p.)