

Oulun yliopisto  
Matemaattisten tieteiden laitos  
Geometrian perusteet (6 op)  
Loppukoe 23. toukokuuta 2011

1. Todista, nojautuen yhtenevyysaksioomaan sks, että jos kolmiossa  $ABC$  on  $AB \cong AC$ , niin  $\angle ABC \cong \angle ACB$ .

2. Olkoot  $a$  ja  $b$  tunnettuja janojen pituuksia. Selvitä, miten yhtälön

$$x^2 + ax = b^2$$

toteuttava jana  $x$  voidaan määrittää harppia ja viivoitinta käyttäen.

3. Perustele Ptolemaioksen lauseeseen nojautuen kaava

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta.$$

4. Osoita, että kun suoritetaan inversio  $O$ -keskisessä ympyrässä  $\Gamma$ , niin ympyrä  $\Gamma_1$ , joka kulkee  $O$ :n kautta, kuvautuu erääksi suoraksi.

5. Olkoot  $a$ ,  $b$  ja  $c$  kolme tason  $\tau$  eri suoraa, jotka kulkevat pisteen  $P$  kautta. Olkoon  $d$  pisteen  $P$  kautta kulkeva suora, josta tiedetään, että  $d \perp a$  ja  $d \perp b$ . Osoita, että  $d \perp c$ .