

# Koulumatematiikan perusteet

## Loppukoe 19.4.2010

1. a) Määrittele luonnollisten lukujen joukko Peanon aksiomeilla.  
b) Osoita induktiolla oikeaksi summakaava

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1},$$

kun  $n > 0$ .

2. a) Esitä luku  $741_9$  3-kantaisessa lukujärjestelmässä.  
b) Laske allekkain  $4434201_5 - 434421_5$ .
3. Olkoon  $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ . Osoita, että  $x^{-1} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .
4. Määritellään joukossa  $\mathbb{Q}$  järjestysrelaatio  $\leq$  asettamalla  $x \leq y$ , jos  $y - x \in \mathbb{Q}_+ \cup \{0\}$ . Osoita, että  $\leq$  on täysi järjestys.
5. Olkoon  $\Omega$  joukko. Osoita, että joukon  $\mathcal{P}(\Omega)$  relaatio  $\subseteq$  on osittainen järjestys. Onko  $\subseteq$  täysi järjestys?