

Lineaarialgebra 1

Tentti 18.6.2012

Koeaika on neljä tuntia.

1. Miten yhtälöryhmän

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_2 + 3(a-b)x_4 = 3b^2 - 9b + 7 \\ 4x_2 + x_3 = 5 \\ -2x_1 + (a-b)x_4 = b^2 - 3b \end{cases}$$

ratkaisujen lukumäärä riippuu vakioista $a, b \in \mathbb{R}$?

2. Määritä matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

käänteismatriisi.

3. a) Määrittele lineaarinen riippuvuus.

b) Olkoon $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$. Laske $((A^{-1})^T)^2 A^2$.

4. Olkoon $V = \langle (1, 2, 3, 4), (1, 1, 1, 1), (1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 1) \rangle \subset \mathbb{R}^4$. Etsi V :lle ortonormaali kanta ja laske $\dim V$.

5. Olkoon $V \subset \mathbb{R}^n$ aliavaruus. Osoita, että $V = (V^\perp)^\perp$.