

## Lineaarialgebra 1

Tentti 16.1.2012

Koeaika on neljä tuntia.

1. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 = 4 \\ 6x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_4 = 2. \end{cases}$$

2. Laske matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1+a \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1-a \\ 0 & 2 & 1 & 2-a \end{bmatrix}$$

käänteismatriisi, kun se on olemassa.

3. a) Määrittele vektorialiavaruus.

b) Olkoot  $A$  ja  $B$   $n \times n$ -matriiseja. Matriisien kommutaattori  $[\cdot, \cdot]$  määritellään asettamalla  $[A, B] = AB - BA$ . Laske kommutaattori  $[A, B]$ , kun  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  ja  $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ .

4. Etsi aliavaruudelle

$V = \langle (1, 1, 1, 1, 0), (1, 2, 1, 2, 0), (1, -1, 1, -1, 0), (0, 0, 0, 0, 0) \rangle \subset \mathbb{R}^5$   
ortonormaali kanta ja laske  $\dim V$ .

5. Olkoon  $V \subset \mathbb{R}^n$  aliavaruus. Osoita, että  $V = (V^\perp)^\perp$ .