

(4 tehtävää!)

1. Mitkä funktioista μ, σ, λ ovat multiplikatiivisia ja mitkä täydellisesti multiplikatiivisia? Tarkat perustelut.

2. a) Osoita, että jos n on täydellinen luku, niin

$$\sum_{d|n} \frac{1}{d} = 2.$$

b) Näytä, että $N = \sigma * \mu$.

3. a) Olkoon $p \in \mathbb{P}$. Esitä Bellin sarja $\varphi_p(T)$ rationaalifunktiona.

b) Osoita, että

$$\mu(n) = \sum_{k=1, k \perp n}^n e^{i2\pi k/n}, \quad n \in \mathbb{Z}^+.$$

4. Osoita, että

$$\sum_{1 \leq k \leq x} d(k) = x \log x + (2\gamma - 1)x + \mathcal{O}(x^{1/2}).$$