

LUKUTEORIA I

2. välikoe 11.5.2009

EI LASKIMIA, EI PUHELIMIA

1. (a) Esitä Stirlingin lukujen $s_1(n, k)$ ja $S_2(n, k)$ määritelmät. (2p)
- (b) Näytä, että $s_1(n, 1) = (-1)^{n-1}(n-1)!$. (4p)
- (c) Näytä, että $s_1(n, 2) = (-1)^n(n-1)!(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1})$. (4p)

2. Johda Bernoullin lukujen palautuskaava

$$\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} B_k = 0 \quad \forall n \in \mathbb{Z}_{\geq 2}.$$

3. Todista, että luvulle

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

pätee $e \neq \mathbb{Q}$.

4. Määrää yhtälön

$$(P) \quad a^2 + b^2 = c^2, \quad a, b, c \in \mathbb{Z}^+, \quad a \perp b,$$

kaikki sellaiset ratkaisut (a, b, c) , että $c - a = 2$.