

2. välikoe 7.1.2013

EI LASKIMIA

1. a) Osoita, että

$$\frac{\log 3}{\log 2} \notin \mathbb{Q}.$$

b) Määrää

$$\binom{103}{50} \pmod{7}.$$

2. Olkoot $f_0 = 0$, $f_1 = 1$ ja $f_{k+2} = f_{k+1} + f_k$ aina, kun $k \in \mathbb{N}$. Osoita, että

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} f_{n+1} & f_n \\ f_n & f_{n-1} \end{pmatrix}$$

aina, kun $n \in \mathbb{Z}^+$.

3. Johda ja todista kaava

$$\sum_{k=0}^m k \cdot k! = (m+1)! - 1, \quad m \in \mathbb{N}.$$

4. Olkoot $p \in \mathbb{P}$ ja $1 \leq i \leq p-1$. Näytä, että

$$\binom{p}{i} \equiv (-1)^{i-1} \frac{p}{i} \pmod{p^2}.$$