

## Matematiikan perusteet taloustieteilijöille II

Loppukoe 10.12.2012

### Laskimet sallittu, ei matkapuhelimia, ei taulukkokirjoja

1. a) Olkoon  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  ja  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Laske  $AB^T$ . (2p)

b) Olkoon  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ . Määrä  $A^{-1}$  mikäli mahdollista (perustele). (2p)

c) Olkoon  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ . Määritä matriisin  $A$  aste. (2p)

2. a) Määrä paikalliset ja absoluuttiset ääriarvot funktiolle  $f(x, y) = 5x^2 + 6y^2 - xy$  ehdolla  $x + 2y = 24$ . Suorita laatutarkastelu käyttäen matriiseja.

b) Määrä funktion  $f(x, y) = 2x + 10y + 5$  suurin ja pienin arvo rajoitteilla

$$\begin{cases} 2x + y & \leq 6 \\ 5x + 4y & \leq 20 \\ x, y & \geq 0 \end{cases}$$

3. Määrä seuraavat integraalit

a)  $\int (e^{2x^2+4} \cdot 2x) dx$ , (2p)

b)  $\int [(2x^2 + 4)^4 \cdot 2x] dx$ , (2p)

c)  $\int \frac{2x}{2x^2 + 4} dx$ . (2p)

4. a) Laske  $\int_0^1 [(2x^2 + 4) \cdot 2x] dx$ .

b) Määritä sen alueen pinta-ala, jota rajoittavat käyrä  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $y$ -akseli ja suora  $y = 2$ .

5. a) Ratkaise seuraava differentiaaliyhtälö

$$y' - \frac{2}{x} \cdot y = 0.$$

b) Ratkaise seuraava differenssiyhtälö

$$y_{t+2} - 4y_t = 5.$$

**Ratkaisut täydellisesti näkyviin, pelkkä vastaus ei riitä!!**