

Rahoituksen tilastotiede

Tenttikysymykset

2012, Marraskuu 5

Tehtävät 1-4 kuuluvat aineopintojen tenttiin ja tehtävät 1-5 kuuluvat syventävien opintojen tenttiin.

1. Määrittele eurooppalainen osto-optio (call option) ja eurooppalainen myyntioptio (put option).
2. Johda arbitraasivapaa hinta futuurille.
3. Tarkastellaan rahastoa A , jonka arvo hetkellä 0 on W_0 ja arvo hetkellä 1 on W_1 . Oletetaan, että rahaston A bruttotuotto $U^A = W_1/W_0$ toteuttaa

$$EU^A = 1 + \mu, \quad \text{Var}(U^A) = \sigma^2,$$

missä $\mu, \sigma > 0$. Muodostetaan portfolio B hetkellä 0 siten, että lainataan kW_0 pankista korolla $r > 0$ ja sijoitetaan $(1+k)W_0$ rahastoon A , missä $k > 0$. Portfolion B arvo hetkellä 0 on siis W_0 ja hetkellä 1 se on

$$W_1^B = (1+k)W_0U^A - (1+r)kW_0.$$

- (a) Laske portfolion B tuoton $U^B = W_1^B/W_0$ odotusarvo ja varianssi.
 - (b) Osoita, että rahastolla A ja portfoliolla B on sama Sharpen suhdeluku.
4. Tarkastellaan portfoliota, jossa osakeen S_t^1 osuus on $1-b$, $b \in \mathbf{R}$, ja osakkeen S_t^2 osuus on b . Tarkastellaan yhden askeleen portfolion valintaa ja oletetaan, että

$$E(S_1^1/S_0^1) = 1 + \mu_1, \quad \text{Var}(S_1^1/S_0^1) = \sigma_1^2,$$

$$E(S_1^2/S_0^2) = 1 + \mu_2, \quad \text{Var}(S_1^2/S_0^2) = \sigma_2^2,$$

$$\text{Cov}(S_1^1/S_0^1, S_1^2/S_0^2) = \sigma_{12}.$$

Johda b kun maksimoidaan Markowitzin kriteeriä

$$ER_1 - \frac{\gamma}{2} \text{Var}(R_1),$$

missä

$$R_1 = W_1/W_0 - 1 = (1 - b) (S_1^1/S_0^1 - 1) + b (S_1^2/S_0^2 - 1)$$

ja W_0, W_1 ovat portfolion arvot hetkellä 0 ja 1.

HUOM. Tehtävä 5 kuuluu vain syventävien opintojen tenttiin.

5. Anna rekursiivinen kaava, jolla amerikkalaisen myyntioption (put option) arbitraasivapaa hinta voidaan laskea.