

Markkinariskin analyysi

Tenttikysymykset

2011, Tammikuu 24

Tehtävät 1-5 kuuluvat aineopintojen tenttiin ja tehtävät 1-6 kuuluvat syventävien opintojen tenttiin.

1. Selitä mitä tarkoitetaan
 - (a) markkinariskillä (market risk),
 - (b) luottoriskillä (credit risk),
 - (c) toiminnallisella riskillä (operational risk).
2. Olkoon L_{t+1} satunnaismuuttuja, jonka arvo on arvopaperisalkun tappio hetkellä $t+1$. Määrittele $\text{VaR}_\alpha(L_{t+1})$ (value-at-risk) arvopaperisalkulle luottamustasolla $0 < \alpha < 1$
 - (a) sanallisesti
 - (b) matemaattisella kaavalla.
3. Määrittele mitä tarkoittaa, että satunnaisevektori $X = (X_1, \dots, X_d)'$ noudattaa normaalia varianssisekoitusjakaumaa (normal variance mixture distribution).
4.
 - (a) Määrittele kopula sanallisesti.
 - (b) Olkoon $F : \mathbf{R}^d \rightarrow [0, 1]$ kertymäfunktio, jolla on jatkuvat marginaalikertymäfunktiot $F_i : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $i = 1, \dots, d$. Mikä on F :n kopula?
 - (c) Olkoon $C : [0, 1]^d \rightarrow [0, 1]$ kopula ja $F_i : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $i = 1, \dots, d$, yksikulotteisia kertymäfunktioita. Konstruoi näiden avulla kertymäfunktio $F : \mathbf{R}^d \rightarrow \mathbf{R}$, jolla on marginaalit F_i , $i = 1, \dots, n$.

5. Olkoot $X_1, \dots, X_n$ riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia, joilla on jatkuva jakauma. Merkitään $M_n = \max\{X_1, \dots, X_n\}$. Oletetaan, että

$$P\left(\frac{M_n - d_n}{c_n} \leq x\right) \longrightarrow H(x),$$

kaikille $x \in R$, kun $n \rightarrow \infty$, missä H on jatkuvan jakauman kertymäfunktio. Selitä kuinka voidaan muodostaa estimaattori suurelle $\text{VaR}_\alpha(X_1)$.

Tehtävä 6 kuuluu vain syventävien opintojen tenttiin.

6. Tarkastellaan osakeportfolion tappiota

$$L_{t+1} = l_{[t]}(X_{t+1}) = - \sum_{i=1}^d \lambda_i S_{t,i} X_{t+1,i},$$

missä X_{t+1} on satunnaisvektori, jonka elementteinä ovat portfolioissa olevien osakkeiden tuotot. Oletetaan, että käytettävissä on havainnot $X_{t-n+1}, \dots, X_t$ historiallisista tuotoista. Selitä miten GARCH(1,1) mallin avulla voidaan estimoida $\text{VaR}_\alpha(L_{t+1} | \mathcal{F}_t)$ (conditional value-at-risk).