

Matemaattinen logiikka

Loppukoe 11.10.2004

1. Esitä ja todista propositiokalkyylin \mathcal{L}_{prop} Deduktiolause.
2. Määrä proposition $(A \rightarrow B) \leftrightarrow \sim C$ kanssa ekvivalentti disjunktiivinen ja konjunkttiivinen normaalimuoto.
3. Osoita, että predikaattikalkyyliässä \mathcal{L}_{pred} on olemassa Δ -päätely ilmaisulle $\forall y \exists x (P(x) \wedge R(x, y))$, kun $\Delta = \{\exists x (P(x) \wedge \forall y R(x, y))\}$, x ja y ovat eri muuttujia sekä P ja R ovat predikaattisymboleja.
4. Osoita, että jokaisella ristiriidattomalla ekt:llä on ristiriidaton täydellinen laajennus.
5. Määrittele Gödel-teorian predikaatti $A(\cdot, \cdot)$. Olkoon $\mathcal{A}(x, y)$ sitä esittävä ilmaisu formaalissa lukuteoriassa N ja m ilmaisun $\forall y \sim \mathcal{A}(x, y)$ Gödel-luku. Osoita, että jos N on ristiriidaton, niin ilmaisu $\forall y \sim \mathcal{A}(\bar{m}, y)$ ei ole N :n teoreema.

Muista perustella kaikki päättelysi