

Matemaattinen logiikka

Loppukoe 18.4.2005

1. Olkoon f totuusfunktio, jolle $f(1, 1, 1) = f(1, 0, 1) = f(0, 0, 1) = f(0, 0, 0) = 1$ ja $f(t_1, t_2, t_3) = 0$ muutoin. Määrää kaksi propositiota, joista toinen generoi funktion $f(x_1, x_2, x_3)$ ja toinen funktion $1 - f(x_1, x_2, x_3)$.
2. Määrää jokin prenex-normaalimuoto ilmaisulle $\exists x \forall y G(x, y) \rightarrow \forall x \exists y H(x, y)$ ja sen negaatiolle.
3. Olkoon $\mathcal{K}$ ekt ja $\mathcal{B}$ sen suljettu ilmaisu. Osoita, että $\mathcal{K} + \{\sim \mathcal{B}\}$ on ristiriidaton, jos $\mathcal{B}$ ei ole $\mathcal{K}$:n teoreema.
4. Olkoon $\mathcal{K}$ ristiriidaton ekt ja olkoon $\mathcal{B}$ suljettu $\mathcal{K}$:n ilmaisu, joka on $\mathcal{K}$:n jokaisen ristiriidattoman täydellisen laajennuksen teoreema. Osoita, että $\mathcal{B}$ on myös $\mathcal{K}$:n teoreema.
5. Määrittele ω -ristiriidattomuuden käsite ja osoita, että jos ekt on ω -ristiriidaton, niin se on myös ristiriidaton.