Matemaattinen logiikka

Loppukoe 20.9.2004

1. Osoita, että jokaisen totuusfunktion generoi jokin propositio.

2. Osoita, että jokainen muotoa $\forall x(\mathcal{A} \to \mathcal{B}) \to (\exists x\mathcal{A} \to \mathcal{B})$ oleva $\mathcal{L}_{pred}$:n ilmaisu on sen teoreema, jos x ei ole vapaa $\mathcal{B}$:ssä.
   Esitä Sääntö $\mathcal{C}$ ja todista se em. teoreeman avulla.

3. Olkoon $\mathcal{K}$ ensimmäisen kertaluvun teoria ja $\mathcal{A}$ sen suljettu ilmaisu, joka on tosi $\mathcal{K}$:n jokaisessa mallissa. Osoita, että $\mathcal{A}$ on $\mathcal{K}$:n teoreema.

4. Olkoon $\mathcal{K}$ ensimmäisen kertaluvun teoria, jossa on yhtäsuuruus.
   Osoita, että jos $\mathcal{K}$:lla on jokaista kokonaislukua $n > 0$ kohti normaali malli $\mathcal{I}_n$ $(\mathcal{D}_n)$, missä $cardD_n \geq n$, niin $\mathcal{K}$:lla on numeroituvasti ääretön normaali malli.

5. Luettele formaalin lukuteorian N ominaisaksiomikaavat.