

MATRIISITEORIA
1. välikoe 5.3.2007

Vastaa vain neljään (4) tehtävään.

1. Esitä matriisin $A \in \mathbb{C}_{n \times n}$ LU -hajotelma (ilman todistusta). Määää matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 3 & -3 \\ -2 & 6 & -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}_{3 \times 3}$$

LU -hajotelma.

2. Määää matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}_{3 \times 3}$$

ominaisarvot ja (oikeat) ominaisvektorit. Onko matriisi diagonalisoituva? Onko matriisi A normaali?

3. Osoita, että jokainen matriisi $A \in \mathbb{C}_{n \times n}$ on unitaarisesti similaarinen jonkin yläkolmiomatriisin kanssa.

4. Osoita, että matriisi

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}_{3 \times 3}$$

on diagonalisoituva. Esitä matriisi A muodossa $A = \lambda_1 G_1 + \lambda_2 G_2 + \lambda_3 G_3$, missä $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{C}$ ovat matriisin A ominaisarvoja ja $G_1, G_2, G_3 \in \mathbb{C}_{3 \times 3}$ ovat projektioita.

Muista perustelut!