

1. Olkoon lähtötieto $x = 0.3721448693$ ja $y = 0.3720214371$.
 - a) Mikä on laskutoimituksen $x-y$ suhteellinen virhe, kun laskennassa käytetään 6 desimaalin tarkkuutta ja pyöristystä?
 - b) Mikä on lähtötiedon suhteellinen virhe käytettäessä 6 desimaalin tarkkuutta?
 - c) Kuinka monta merkitsevää bittiä laskutoimituksessa $x - y$ häviää? Käytä hyväksi tarkkuuden häviämisen lausetta.

2. Sovelletaan iteraatiota $x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n)}$ funktiolle $f(x) = (x - \alpha)^2(x - \beta)$, missä $\alpha \neq \beta$. Oletetaan, että iteraatio suppenee kohti f :n juurta $x = \alpha$ (siis $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \alpha$) jollain alkuarvauksella x_0 . Osoita, että suppenemisen kertaluku on 2.

3. Määritellään matriisin $\|\cdot\|_\infty$ -normi seuraavasti: $\|A\|_\infty = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$. Laske tätä normia käyttäen matriisin $A = \begin{pmatrix} 101 & 102 \\ 103 & 104 \end{pmatrix}$ häiriöalttius $\kappa(A)$.

4. Laske arvio integraalille $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ Simpsonin säännöllä.

5. Määrää tapauksessa $\lambda \in \mathbb{R}$ sellaiset askelpituudet h , joilla toisen kertaluvun Taylor-menetelmä

$$\begin{cases} y_0 = y^0 \\ y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) + \frac{1}{2}h^2 \left(\frac{\partial f(t_n, y_n)}{\partial t} + f(t_n, y_n) \frac{\partial f(t_n, y_n)}{\partial y} \right) \end{cases}$$
 on stabiili.