

Numeriikan peruskurssi

Loppukoe, 18.10.2010

- (a) Mikä on absoluuttinen virhe kun approksimoidaan $\frac{3}{7} \approx 0.43$? Entä, mikä on suhteellinen virhe?

(b) Arvioi luvun a absoluuttisen ja suhteellisen virheen ylärajoja laskutoimituksessa $a = 1.25/12.41 - 10.76 \times 3.78$, kun kaikki luvut on esitetty kahden desimaalin tarkkuudella.
- Tehtävänä on funktion $f(x) = x^3/(1 - x^2)$, missä $|x| \neq 1$, arvojen laskeminen. Arvioi tehtävän häiriöalttiutta eli ehtolukua eri x :n arvoilla. (Vihje: Väliarvolause voi olla hyödyllinen)
- Osoita, että Gauss-Seidelin menetelmä suppenee yhtälöryhmälle

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ -5 \end{bmatrix}$$

- Laske Rombergin 2. kl approksimaatio $R(2, 2)$ integraalille

$$I = \int_0^{\pi} \sin x \, dx.$$

(vihje: Richardsonin extrapolointikaava: $R(n, m) = R(n, m-1) + \frac{1}{4^n - 1} [R(n, m-1) - R(n-1, m-1)]$, missä $n \geq 1$ ja $m \geq 1$.)

- (a) Määrittele DY:n ratkaisumenetelmän A-stabiilisuus (ehdottomasti stabiili).

(b) Osoita, että Crank-Nicholsonin menetelmä $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(f_n + f_{n+1})$ on A-stabiili.