

Saa käyttää laskinta.

1. Eräälle alueelle, jonka pinta-ala on 42000 m^2 saa rakentaa kaksi- ja viisikerroksisia taloja. Alueen maaperän kosteuden vuoksi viisikerroksiset talot vaativat tukevammat perustukset, mikä nostaa rakennuskustannuksia. Rakennuttajalla on käytössään rahaa 90 milj. euroa ja työvoimaa 4500 henkilötyökuukautta.

- (a) Ratkaise graafisesti kuinka monta kaksi- ja viisikerroksista taloa tulisi rakentaa, jotta niissä olevien asuntojen lukumäärä maksimoituisi, kun kaksi-kerroksiseen taloon voidaan tehdä 12 ja viisikerroksiseen 30 asuntoa? Muut tarvittavat talokohtaiset tiedot ovat allaolevassa taulukossa.

	5 kerrosta	2 kerrosta
kustannukset (euro)	3 milj.	1 milj.
henkilötyökuukaudet	120	60
pohjan pinta-ala (m^2)	800	600

- (b) Ratkaise (a)-kohdan ongelma Simplex-menetelmällä.

2. Olkoon joukko $X \subset \mathbb{R}^n$ konvekksi ja $f \in C^1(X)$. Osoita, että f on konvekksi jos

$$f(x) + \nabla f(x)^T(y - x) \leq f(y), \quad x, y \in X.$$

3. Muodosta geometrisen optimoinnin tehtävän:

$$8x_1 + 4x_1^{-2}x_2^{-3} + 3x_2^4 \rightarrow \min! \quad x_i > 0, \quad i = 1, 2$$

duaalitehtävä ja ratkaise sen avulla alkuperäinen tehtävä.

4. Ratkaise tehtävä

$$\begin{cases} f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 4x_2 = \min! \\ g_1(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2 \leq 0 \\ g_2(x_1, x_2) = x_1 + x_2 - 2 \leq 0. \end{cases}$$

käyttämällä KKT-lausetta.

5. (a) Esitä lyhyesti sakkofunktiomenetelmän idea. Sakkofunktioina voidaan käyttää esimerkiksi itseisarvosakkofunktiota tai Courant-Beltramin sakkofunktiota. Miksi näistä kahdesta Courant-Beltramin sakkofunktio on yleensä parempi valinta sakkofunktioksi?

- (b) Ratkaise tehtävä

$$\begin{cases} \text{minimoi } f(x, y) = x^2 + y^2 \\ \text{rajoittein } g(x, y) = 1 - x - y \leq 0, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2, \end{cases}$$

sakkofunktiomenetelmällä käyttäen Courant-Beltramin sakkofunktiota.

Vihje: Geometrisen optimoinnin *perustehtävä* on yleisessä muodossa:

$$g(x) = \sum_{i=1}^n c_i \prod_{j=1}^m (x_j)^{\alpha_{ij}} = \min!$$

$$x > 0$$

Perustehtävään liittyy *duaalinen tehtävä*

$$v(\delta) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{c_i}{\delta_i} \right)^{\delta_i} = \max!$$

$$\delta > 0 \quad (D1) \quad (\text{positiivisuus})$$

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = 1 \quad (D2) \quad (\text{normitus})$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_{ij} \delta_i = 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (D3) \quad (\text{ortogonaalisuus})$$