

Matematiikan perusmenetit/mat.

Välikoe 2 8.11.2010

EI LASKIMIA, EI TAULUKOITA, EI MATKAPUHELIMIA

1. Ratkaife epäyhtälö

$$\log_3 x > \log_{\frac{1}{3}} 9x + 4. \quad (5p)$$

2. a) Ratkaife yhtälö

$$\sin 3x = \sin x.$$

b) Ratkaife epäyhtälö

$$\cos^2 x - 3 \cos x + 2 > 0. \quad (5p)$$

3. a) Ratkaife kompleksilukujen joukossa yhtälö

$$z^3 - 2z^2 + 2z = 0.$$

b) Osoita, että kompleksiluvuille z ja w pätee

$$2 \cdot \operatorname{Re}(z\bar{w}) = z\bar{w} + \bar{z}w. \quad (5p)$$

4. Esitä kompleksiluku

$$\frac{(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i)^{164}}{1 - 2i}$$

muodossa $x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

(5p)

5. Olkoot $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$ ja $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b$. Osoita funktion raja-arvon määritelmään perustuen, että

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = a + b. \quad (5p)$$

6. Osoita tarkasti (funktion raja-arvon määritelmään perustuen), että

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x + 2} = 2.$$

(5p)

PERUSTELE RATKAISUSI RIITTÄVÄN TARKASTI!