

**Matematiikan perusmetodit I/mat**

**Loppukoe 11.4.2011 (K. Myllylä)**

**Ei laskimia, taulukoita eikä matkapuhelimia!**

1. a) Osoita raja-arvon määritelmän nojalla, että

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \infty.$$

- b) Määrää raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}.$$

2. a) Osoita derivaatan määritelmän nojalla, että

$$D(2x^2 + 2x + 2) = 4x + 2.$$

- b) Derivoi seuraava funktio

$$f(x) = \log_3(2x^2).$$

3. Ratkaise seuraavat yhtälöt

- a)  $\sin 2x = \cos x$ ,  
b)  $x^3 + x^2 - 2 = 0$ , kun  $x \in \mathbb{C}$ .

4. Määrää seuraavat integraalit

- a)  $\int \ln x \, dx$ ,  
b)  $\int \frac{x}{(1+2x)^{\frac{3}{2}}} dx$ .

5. a) Esitä Rollen lause.  
b) Esitä Lagrangen väliarvolause.  
c) Todista Lagrangen väliarvolause.

**LASKUT TÄYDELLISESTI PAPERILLE, PELKKÄ VASTAUS EI RIITÄ!  
PERUSTELE TEHTÄVÄT RIITTÄVÄSTI!**