

Matematiikan perusmetodit I/mat

Loppukoe 24.1.2011 (K. Myllylä)

Ei laskimia, taulukoita eikä matkapuhelimia!

1. a) Osoita raja-arvon määritelmän nojalla, että (4p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty.$$

- b) Määrää raja-arvo (2p)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x - 2}.$$

2. a) Osoita derivaatan määritelmän nojalla, että (4p)

$$D \cos x = -\sin x.$$

- b) Derivoi seuraava funktio (2p)

$$f(x) = \arctan(2x^2).$$

3. Ratkaise seuraavat epäyhtälöt

a) $\log_{\frac{1}{2}}(2x) < \log_{\frac{1}{2}}(16x) + 2,$

b) $\cos x < -\frac{1}{2}.$

4. Määrää seuraavat integraalit

a) $\int \frac{(x - x^3)^{\frac{1}{3}}}{x^4} dx,$

b) $\int \frac{x^2}{(3 - x^3)^{\frac{1}{3}}} dx.$

5. a) Esitä Rollen lause.
b) Esitä Lagrangen väliarvolause.
c) Todista Lagrangen väliarvolause.

**LASKUT TÄYDELLISESTI PAPERILLE, PELKKÄ VASTAUS EI RIITÄ!
PERUSTELE TEHTÄVÄT RIITTÄVÄSTI!**