

Matematiikan perusmetodit II

1. välikoe 24.3.2004

1. a) Tutki integraalin $\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$ suppenemista.

b) Gamma-funktio Γ määritellään ehdolla $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$, $x > 0$.
Määrää $\Gamma(1)$. Gamma-funktiolla on ominaisuus $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$ aina, kun $n = 1, 2, \dots$. Määrää tämän avulla $\int_0^{\infty} t^3 e^{-t} dt$.

2. Vektoreille \bar{a} ja $\bar{b} \in \mathbb{R}^3$ on voimassa $\|\bar{a}\| = 2$, $\|\bar{b}\| = 3$ ja $\|\bar{a} - \bar{b}\| = 4$.
Määrää $\bar{a} \cdot \bar{b}$ ja $\|\bar{a} + \bar{b}\|$.

3. a) Laske $\bar{a} \times \bar{b}$, kun $\bar{a} = (1, 2, 2)$ ja $\bar{b} = (1, 1, -1)$.

b) Laske determinantti

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}.$$

4. Määrää pisteiden $(2,1,1)$, $(1,0,2)$ ja $(1,2,3)$ kautta kulkevan tason yhtälö. Tutki kuuluvatko pisteet $(-1,2,6)$ ja $(1,1,1)$ tälle tasolle.
Määrää pisteen $(1,0,-1)$ etäisyys tästä tasosta.