Matematiikan perusmetodit II

2. välikoe 5.5.2004

1. Tutki millaisen käyrän määrää yhtälö $4x^2+9y^2-48x+72y+144=0$. Määrää (mikäli mahdollista) tämän käyrän keskipiste.

2. Määrää osittaisderivaatat f_x ja f_y, kun

   a) $f(x,y) = x^2 y \cos xy^2$,

   b) $f(x,y) = \overline{arc} \tan \frac{y}{x}$.

3. Olkoon f pallosymmetrinen funktio $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, jolle $f(r) = r\sqrt{r}$, missä $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$. Olkoon $h(\bar{r}) = h(x,y,z) = f(r)$ (ts. funktiota f tarkastellaan muuttujien x, y ja z funktiona). Määrää $h_x(\bar{r})$ ja $h_{xx}(\bar{r})$. Määrää myös $\nabla h(\bar{r}) = (h_x(\bar{r}), h_y(\bar{r}), h_z(\bar{r}))$.

4. a) Määrää funktion $f(x,y) = x^3 - 9xy + 3y$ kriittiset pisteet ja tutki niiden laatu.

   b) Määrää funktion $f(x,y) = xy$ ääriarvot ehdolla $x+y=4$ $(x, y > 0)$.