

Matematiikan perusmetodit II

Kesätentti 21.6.2004

1. Tutki seuraavien integraalien suppenemista.

$$\text{a) } \int_0^{\infty} \frac{1}{x^2 + 3}, \quad \text{b) } \int_0^1 \ln x \, dx.$$

2. Vektorit \bar{a}, \bar{b} ja $\bar{c} \in \mathbb{R}^3$ toteuttavat ehdot $\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} = \bar{0}$, $\|\bar{a}\| = 2$, $\|\bar{b}\| = 3$ ja $\|\bar{c}\| = 4$. Määrä $\bar{a} \cdot \bar{b}$.

3. \mathbb{R}^3 :n suora $L = \{\bar{r} \in \mathbb{R}^3 \mid \bar{r} = (1, -1, 1) + t(1, 1, 2), t \in \mathbb{R}\}$ ja taso $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y - z = 3\}$ leikkaavat toisensa. Määrä leikkauspiste.

4. Määrä funktion f osittaisderivaatat f_x, f_y ja f_{xy} , kun

$$f(x, y) = \overline{arc} \tan \sqrt{xy}.$$

5. Määrä funktion $f(x, y) = 8x^3 - 24xy + y^3$ kriittiset pisteet ja tutki niiden laatu.